

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA ECONOMICA Y CC.SS.
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA ECONOMICA

Asignatura : Estadística aplicada I
Profesor : Pedro José Díaz Bustos
Fecha : 27/12/2023
Tiempo : 60 minutos

EXAMEN SUSTITUTORIO

1. Una máquina envasadora A llenó 500 botellas, otra máquina B llenó 300 botellas y la máquina C llenó 200 botellas. El promedio y la desviación estándar de los pesos de las botellas llenadas por A, B y C respectivamente, son:

$$\overline{X}_A = 773\ gr \quad \overline{X}_B = 768\ gr \quad \overline{X}_C = 782\ gr$$
$$\sigma_A = 9\ gr \quad \sigma_B = 10\ gr \quad \sigma_C = 11\ gr$$

   Si dicha producción se reúne en un solo lote. Calcular el coeficiente de variación del lote completo

2. La tabla siguiente recoge los precios y el consumo de tres artículos básicos en los años 2021 y 2022:

Articulo	Unidades	Precio promedio		Consumo promedio	
		2021	2022	2021	2022
Leche	Litro	75	80	10	11
Pan	Barra	50	60	9	8
Huevos	Docena	225	200	1	1.2

   Calcular el índice de Fisher para el 2022 con base 2021

3. Un segmento rectilíneo se divide al azar en tres partes, calcular la probabilidad de que formen los lados de un triángulo.

4. La proporción de pólizas de hogar que durante el año tienen algún siniestro sigue una distribución Beta con $\alpha = 0.3$ y $\beta = 0.5$. calcular la probabilidad de que la proporción de hogares con algún siniestro sea como máximo del 45%

5. Suponga que el tiempo, en horas, que toma reparar una bomba es una variable aleatoria x que tiene una distribución gamma con parámetros $\alpha = 2$ y $\beta = 1/2$. Calcular la probabilidad de que en el siguiente servicio tome cuando mucho 1 hora reparar la bomba.

1. Una máquina envasadora A llenó 500 botellas, otra máquina B llenó 300 botellas y la máquina C llenó 200 botellas. El promedio y la desviación estándar de los pesos de las botellas llenadas por A, B y C respectivamente, son:

$$\overline{X}_A = 773\ gr \quad \overline{X}_B = 768\ gr \quad \overline{X}_C = 782\ gr$$

$$\sigma_A = 9\ gr \quad \sigma_B = 10\ gr \quad \sigma_C = 11\ gr$$

Si dicha producción se reúne en un solo lote. Calcular el coeficiente de variación del lote completo

• Máquina A
- ✓ $n = 500$
- ✓ $\overline{x}_A = 753$
- ✓ $S_A = 8$

• Máquina B
- ✓ $n = 300$
- ✓ $\overline{x}_B = 758$
- ✓ $S_B = 12$

• Máquina C
- ✓ $n = 200$
- ✓ $\overline{x}_C = 782$
- ✓ $S_C = 10$

$* \; n = 500 + 300 + 200 = 1000$ //

→ Promedio total ($\overline{x}$)

$$\overline{x} = \frac{500(753) + 300(758) + 200(782)}{500 + 300 + 200}$$

$$\overline{x} = 760{,}30$$ //

→ ① Desviación estándar (S)

$$S = \sqrt{\frac{\left[8^2(499) + 500(753^2) + 12^2(299) + 300(758^2) + 10^2(199) + 200(782^2)\right] - 1000(760{,}30)^2}{1000 - 1}}$$

$$S = \sqrt{\frac{283\,536\,436 + 172\,412\,256 + 122\,324\,700 - 578\,056\,090}{999}}$$

$$S = \sqrt{\frac{217\,302}{999}}$$

$$S = 14{,}7485$$ //

② Coeficiente de variación (CV) $= \dfrac{14{,}7485}{760{,}30}$

$$CV = 0{,}0194 = 1{,}94\%$$ //

2. La tabla siguiente recoge los precios y el consumo de tres artículos básicos en los años 2021 y 2022:

Articulo	Unidades	Precio promedio		Consumo promedio	
		2021	2022	2021	2022
Leche	Litro	75	80	10	11
Pan	Barra	50	60	9	8
Huevos	Docena	225	200	1	1.2

Calcular el índice de Fisher para el 2022 con base 2021

→ Indice de Laspeyres:

$$IL = \frac{\sum_{i=0}^{k} p_1 q_0}{\sum_{i=0}^{k} p_0 q_0} = \frac{\sum_{i=0} p_{2022}\, q_{2021}}{\sum_{i=0} p_{2021}\, q_{2022}} = \frac{80\times10 + 60\times9 + 200\times1}{75\times10 + 50\times9 + 225\times1} = \frac{308}{285}$$

→ Indice de Pasche

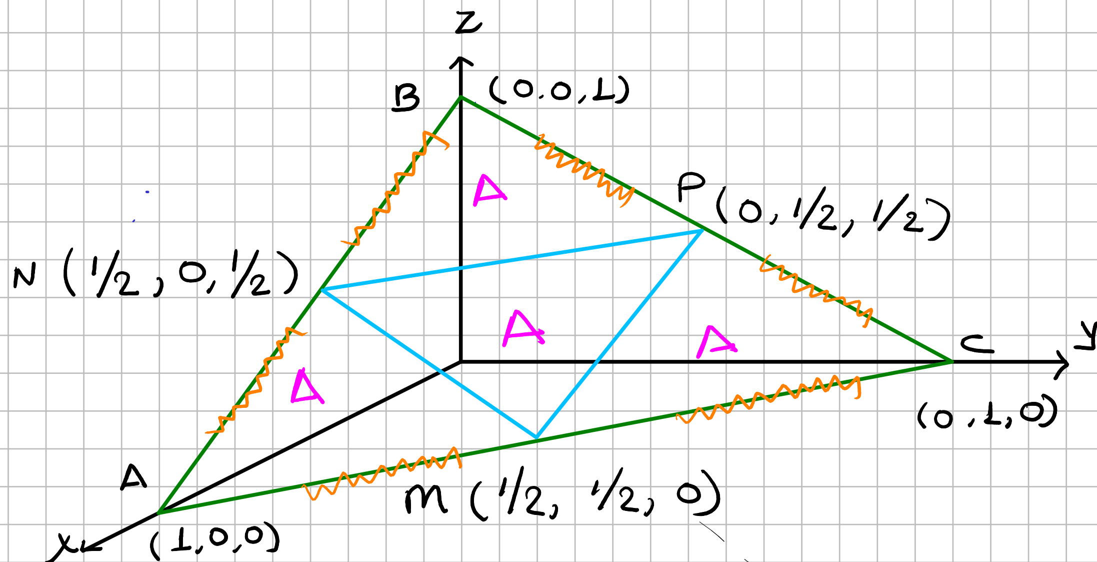
$$IP = \frac{\sum_{i=0}^{k} p_1 q_1}{\sum_{i=0}^{k} p_0 q_1} = \frac{\sum_{i=0} p_{2022}\, q_{2022}}{\sum_{i=0} p_{2021}\, q_{2022}} = \frac{80\times11 + 60\times8 + 200\times1.2}{75\times10 + 50\times9 + 225\times1.2} = \frac{320}{29}$$

∞ Indice de Fischer

$$IF = \sqrt{IL \times IP} = 1.0754$$

3. Un segmento rectilíneo se divide al azar en tres partes, calcular la probabilidad de que formen los lados de un triángulo.

Si divimos los tres segmentos en un espacio tridimiensional , entonces tendremos un plano $x + y + z = 1$ donde $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$ y se obtendra tres puntos :
A = (1 , 0 , 0)
B = (0 , 0 , 1)
C = (0 , 1 , 0)
Con la condición de formar un triangulo equilatero dentro de los cuales estan todo los puntos cuyas coordenadas representan todas las medidas posibles que existira en la combinación de los tres segmentos .



$$P = \frac{[MNP]}{[ABC]} = \frac{A}{4A} = 1/4$$

4. La proporción de pólizas de hogar que durante el año tienen algún siniestro sigue una distribución Beta con $\alpha = 0.3$ y $\beta = 0.5$. calcular la probabilidad de que la proporción de hogares con algún siniestro sea como máximo del 45%

Media: $\frac{\alpha}{\alpha+\beta} = \frac{0.3}{0.3+0.5} = 0.375 = \mu$

Varianza: $\frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)} = \frac{(0.3)(0.5)}{(0.8)^2(1.8)} = 0.13 = \sigma^2$

$P(x<0.45) = P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} < \frac{0.45-0.375}{0.36}\right)$

$= P(z < 0.21) = 0.5832$

5. Suponga que el tiempo, en horas, que toma reparar una bomba es una variable aleatoria x que tiene una distribución gamma con parámetros α = 2 y β = 1/2. Calcular la probabilidad de que en el siguiente servicio tome cuando mucho 1 hora reparar la bomba.

$$\rightarrow f(x) = \frac{x^{\alpha-1} \cdot e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^{\alpha} \; \Gamma(\alpha)} = \frac{x^{2-1} \cdot e^{-\frac{x}{1/2}}}{\frac{1}{2}^{2} \cdot \Gamma(2)}$$

$$f(x) = \frac{x e^{-2x}}{(0.25)(1)} = 4x e^{-2x}$$

$$P(X<x) = F(x) = \int_0^x 4 t e^{-2t} dt$$

$$P(X<1) = F(1) = \int_0^1 4 t e^{-2t} dt \qquad u = -2t$$

$$\int_0^{-2} u e^{u} dt = \int_0^{-2} u e^{u} du = u e^{u} - \int_0^{-2} e^{u} du$$

$$= u e^{-u} - e^{u} \Big|_0^{-2}$$

$$= (-3) e^{-2} - (0-1) e^{0}$$

$$= -(3)(0.135) + 1$$

$$= 0.594$$